אלגברה לינארית: גרעין ותמונה של העתקה לינארית – תרגול

תרגול לקורסים · 6 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון · שם: _____

לתרגול נוסף

1. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z, w) = (-y - 2w, -2x + 4z - w, -x + y + 2z + 2w)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. _____

(ב) מהו $\dim \ker T$? _____

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\mathrm{Im}\, T$. _____

(ד) מהו $\dim \mathrm{Im}\, T$? _____

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? _____

2. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z, w) = (-x - 2y - 2z + 3w, -x - 2y - z + 2w, x + 2y - 2z + w)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. _____

(ב) מהו $\dim \ker T$? _____

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\mathrm{Im}\, T$. _____

(ד) מהו $\dim \mathrm{Im}\, T$? _____

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? _____

3. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (-x + y + z, -2x + 2y + 2z, x - y - z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. _____

(ב) מהו $\dim \ker T$? _____

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\mathrm{Im}\, T$. _____

(ד) מהו $\dim \mathrm{Im}\, T$? _____

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? _____

טיפ: בסיס לתמונה לוקחים מהעמודות של המטריצה המקורית, לא של המטריצה המדורגת.

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: גרעין ותמונה של העתקה לינארית – המשך

תרגול לקורסים · 6 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון

4. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (y - 2z, -x + y - z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. _____

(ב) מהו $\dim \ker T$? _____

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$. _____

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? _____

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? _____

5. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (-2x + 2z, x + y - z, x - z, 3x - y - 2z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. _____

(ב) מהו $\dim \ker T$? _____

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$. _____

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? _____

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? _____

6. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (x - y + 2z, z, x - y + z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. _____

(ב) מהו $\dim \ker T$? _____

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$. _____

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? _____

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? _____

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: גרעין ותמונה של העתקה לינארית – תרגול – תשובות

דף תשובות לבדיקה

---

1. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z, w) = (-y - 2w, -2x + 4z - w, -x + y + 2z + 2w)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. **לדוגמה: $\{(2, 0, 1, 0)\}$**

(ב) מהו $\dim \ker T$? **1**

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$.
$\text{Im } T = \mathbb{R}^3$, ובסיס לדוגמה: $\{(2, -1, -2), (1, 0, -1), (0, -2, -1)\}$

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? **3**

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? **חד-חד-ערכית: לא, על: כן**

2. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z, w) = (-x - 2y - 2z + 3w, -x - 2y - z + 2w, x + 2y - 2z + w)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. **לדוגמה: $\{(-2, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 1)\}$**

(ב) מהו $\dim \ker T$? **2**

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$. **לדוגמה: $\{(-1, -1, 1), (-2, -1, -2)\}$**

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? **2**

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? **חד-חד-ערכית: לא, על: לא**

3. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (-x + y + z, -2x + 2y + 2z, x - y - z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. **לדוגמה: $\{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$**

(ב) מהו $\dim \ker T$? **2**

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$. **לדוגמה: $\{(-1, -2, 1)\}$**

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? **1**

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? **חד-חד-ערכית: לא, על: לא**

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: גרעין ותמונה של העתקה לינארית – תשובות (המשך)

דף תשובות לבדיקה

---

4. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (y - 2z, -x + y - z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. **לדוגמה: $\{(1, 2, 1)\}$**

(ב) מהו $\dim \ker T$? **1**

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$. **$\text{Im } T = \mathbb{R}^2$, ובסיס לדוגמה: $\{(1, 1), (0, -1)\}$**

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? **2**

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? **חד-חד-ערכית: לא, על: כן**

5. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (-2x + 2z, x + y - z, x - z, 3x - y - 2z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. **אין בסיס: הגרעין הוא $\{0\}$**

(ב) מהו $\dim \ker T$? **0**

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$.
לדוגמה: $\{(-2, 1, 1, 3), (0, 1, 0, -1), (2, -1, -1, -2)\}$

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? **3**

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? **חד-חד-ערכית: כן, על: לא**

6. נתונה ההעתקה הלינארית $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ המוגדרת כך:
$T(x, y, z) = (x - y + 2z, z, x - y + z)$

(א) מצאו בסיס לגרעין $\ker T$. **לדוגמה: $\{(1, 1, 0)\}$**

(ב) מהו $\dim \ker T$? **1**

(ג) מצאו בסיס לתמונה $\text{Im } T$. **לדוגמה: $\{(1, 0, 1), (2, 1, 1)\}$**

(ד) מהו $\dim \text{Im } T$? **2**

(ה) האם T חד-חד-ערכית? האם T על? **חד-חד-ערכית: לא, על: לא**

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.