אלגברה לינארית:
מטריצת היחידה – תרגול

תרגול לקורסים · 8 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון · שם: _____

לתרגול נוסף

1. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} k & 15 \\ 1 & k+2 \end{pmatrix}$, כאשר k מספר ממשי.

(א) חשבו את הדטרמיננטה של A כביטוי ב-k. _____

(ב) לאילו ערכים של k המטריצה A אינה הפיכה? _____

(ג) עבור $k = 4$, חשבו את $A^{-1} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

2. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} k & 8 \\ -1 & -k \end{pmatrix}$, כאשר k מספר ממשי.

(א) _____ $= A^2$

(ב) לאילו ערכים של k מתקיים $A^2 = I$? _____

3. נתונות המטריצות $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ו-$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(א) $AB = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

(ב) האם B היא המטריצה ההפוכה של A? _____

טיפ: כשמחברים מספר למטריצה, הוא נכנס רק לאלכסון: $A + 2I$ מוסיף 2 לאיברים שבאלכסון של A.

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: מטריצת היחידה – המשך

תרגול לקורסים · 8 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון

4. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו מספרים p ו-q כך ש-$A^2 + pA + qI = 0$. _____

(ב) בעזרת סעיף א, בטאו את A^{-1} באמצעות A ו-I. _____

(ג) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$

5. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ -2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(א) $(A - I)(A + I) = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$

(ב) $A^2 - I = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$

(ג) האם קיבלתם את אותה מטריצה? הסבירו למה. _____

6. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$, ו-$I$ היא מטריצת היחידה מסדר 2×2. חשבו:

(א) $A - I = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$

(ב) $4I - A = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: מטריצת היחידה – המשך

תרגול לקורסים · 8 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון

7. נתונות המטריצות $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ ו-$B=\begin{pmatrix}5 & 2\\ -2 & -5\end{pmatrix}$. מצאו את המטריצה X בכל משוואה:

(א) $3I-X=A$ $\quad X=\begin{pmatrix}\quad & \quad\\ \quad & \quad\end{pmatrix}$

(ב) $2X+I=B$ $\quad X=\begin{pmatrix}\quad & \quad\\ \quad & \quad\end{pmatrix}$

8. נתונה המטריצה $B=\begin{pmatrix}5 & -2\\ 6 & 3\\ -5 & -5\end{pmatrix}$ מסדר 3×2. חשבו:

(א) $I_3B=\begin{pmatrix}\quad & \quad\\ \quad & \quad\\ \quad & \quad\end{pmatrix}$

(ב) $BI_2=\begin{pmatrix}\quad & \quad\\ \quad & \quad\\ \quad & \quad\end{pmatrix}$

(ג) האם המכפלה BI_3 מוגדרת? נמקו. _____

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: מטריצת היחידה – תרגול – תשובות

דף תשובות לבדיקה

---

1. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} k & 15 \\ 1 & k+2 \end{pmatrix}$, כאשר k מספר ממשי.

(א) חשבו את הדטרמיננטה של A כביטוי ב-k. **$k^2 + 2k - 15$**

(ב) לאילו ערכים של k המטריצה A אינה הפיכה? **$k = -5$ או $k = 3$**

(ג) עבור $k = 4$, חשבו את $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ -\frac{1}{9} & \frac{4}{9} \end{pmatrix}$

2. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} k & 8 \\ -1 & -k \end{pmatrix}$, כאשר k מספר ממשי.

(א) $A^2 = \begin{pmatrix} \mathbf{k^2 - 8} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k^2 - 8} \end{pmatrix}$

(ב) לאילו ערכים של k מתקיים $A^2 = I$? **$k = 3$ או $k = -3$**

3. נתונות המטריצות $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ו-$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(א) $AB = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$

(ב) האם B היא המטריצה ההפוכה של A? **לא, כי $AB \neq I$**

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: מטריצת היחידה – תשובות (המשך)

דף תשובות לבדיקה

---

4. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו מספרים p ו-q כך ש-$A^2 + pA + qI = 0$. **$p = 2,\ q = -2$**

(ב) בעזרת סעיף א, בטאו את A^{-1} באמצעות A ו-I. **$A^{-1} = \frac{1}{2}(A + 2I)$**

(ג) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{\frac{1}{2}} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$

5. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ -2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(א) $(A - I)(A + I) = \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} & \mathbf{20} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{-4} & \mathbf{-10} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$

(ב) $A^2 - I = \begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{12} & \mathbf{20} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{-4} & \mathbf{-10} \\ \mathbf{2} & \mathbf{2} & \mathbf{4} \end{pmatrix}$

(ג) האם קיבלתם את אותה מטריצה? הסבירו למה.

כן: I מתחלפת עם כל מטריצה, ולכן $AI = IA = A$

6. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$, ו-I היא מטריצת היחידה מסדר 2×2. חשבו:

(א) $A - I = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-5} \end{pmatrix}$

(ב) $4I - A = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{8} \end{pmatrix}$

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: מטריצת היחידה – תשובות (המשך)

דף תשובות לבדיקה

---

7. נתונות המטריצות $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ו-$B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$. מצאו את המטריצה X בכל משוואה:

(א) $3I - X = A$ $\quad X = \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}$

(ב) $2X + I = B$ $\quad X = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-3} \end{pmatrix}$

8. נתונה המטריצה $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 6 & 3 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$ מסדר 3×2. חשבו:

(א) $I_3 B = \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{6} & \mathbf{3} \\ \mathbf{-5} & \mathbf{-5} \end{pmatrix}$

(ב) $BI_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{-2} \\ \mathbf{6} & \mathbf{3} \\ \mathbf{-5} & \mathbf{-5} \end{pmatrix}$

(ג) האם המכפלה BI_3 מוגדרת? נמקו. **לא: ל-B יש 2 עמודות, ול-I_3 יש 3 שורות**

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.