אלגברה לינארית: גרם-שמידט והיטל אורתוגונלי – תרגול

תרגול לקורסים · 6 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון · שם: _____

לתרגול נוסף

1. נתון תת-המרחב $W = \text{span}\{(1, -2, 1), (2, 2, 2)\}$, והווקטורים שפורשים אותו מאונכים זה לזה. נתון גם $u = (-4, 0, -2)$.

   (א) מצאו את ההיטל האורתוגונלי של u על W. _____

   (ב) מהו המרחק מ-u ל-W? _____

2. הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הווקטורים $v_3 = (-1, -3, -4)$, $v_2 = (-2, -1, -4)$, $v_1 = (0, 0, -2)$, ומצאו בסיס אורתוגונלי ל-$\mathbb{R}^3$ (בלי לנרמל).

   _____

3. הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הווקטורים $v_1 = (-1, 1, -2)$ ו-$v_2 = (-3, 3, 0)$.

   (א) מצאו בסיס אורתוגונלי u_1, u_2. _____

   (ב) נרמלו וקבלו בסיס אורתונורמלי. _____

טיפ: בדקו שהווקטורים שקיבלתם מאונכים: המכפלה הסקלרית שלהם צריכה להיות 0.

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: גרם-שמידט והיטל אורתוגונלי – המשך

תרגול לקורסים · 6 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון

4. נתונים הווקטורים $u = (1, -2, 0)$ ו-$v = (1, -1, -1)$ ב-$\mathbb{R}^3$.

(א) מצאו את ההיטל של u על v. _____

(ב) מצאו את הרכיב של u שמאונך ל-v. _____

(ג) מהו המרחק מ-u לישר $\text{span}\{v\}$? _____

5. נתון $W = \text{span}\{(0, -2, -2), (-2, -4, -4)\}$ ב-$\mathbb{R}^3$.

(א) מצאו בסיס למשלים האורתוגונלי $W^{\perp}$. _____

(ב) מהו $\dim W^{\perp}$? _____

6. הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הווקטורים $v_1 = (2, 1, 0)$ ו-$v_2 = (4, 2, -2)$.

(א) מצאו בסיס אורתוגונלי u_1, u_2. _____

(ב) נרמלו וקבלו בסיס אורתונורמלי. _____

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: גרם-שמידט והיטל אורתוגונלי – תרגול – תשובות

דף תשובות לבדיקה

---

1. נתון תת-המרחב $W = \text{span}\{(1, -2, 1), (2, 2, 2)\}$, והווקטורים שפורשים אותו מאונכים זה לזה. נתון גם $u = (-4, 0, -2)$.

   (א) מצאו את ההיטל האורתוגונלי של u על W. **$\text{proj}_W u = (-3, 0, -3)$**

   (ב) מהו המרחק מ-u ל-W? **$\sqrt{2}$**

2. הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הווקטורים $v_1 = (0, 0, -2)$, $v_2 = (-2, -1, -4)$, $v_3 = (-1, -3, -4)$, ומצאו בסיס אורתוגונלי ל-$\mathbb{R}^3$ (בלי לנרמל).

   $u_1 = (0, 0, -2)$, $u_2 = (-2, -1, 0)$, $u_3 = (1, -2, 0)$

3. הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הווקטורים $v_1 = (-1, 1, -2)$ ו-$v_2 = (-3, 3, 0)$.

   (א) מצאו בסיס אורתוגונלי u_1, u_2. **$u_1 = (-1, 1, -2)$, $u_2 = (-2, 2, 2)$**

   (ב) נרמלו וקבלו בסיס אורתונורמלי. **$\frac{1}{\sqrt{6}}(-1, 1, -2)$, $\frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, 1)$**

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: גרם-שמידט והיטל אורתוגונלי – תשובות (המשך)

דף תשובות לבדיקה

---

4. נתונים הווקטורים $u = (1, -2, 0)$ ו-$v = (1, -1, -1)$ ב-$\mathbb{R}^3$.

(א) מצאו את ההיטל של u על v. **$\text{proj}_v u = (1, -1, -1)$**

(ב) מצאו את הרכיב של u שמאונך ל-v. **$(0, -1, 1)$**

(ג) מהו המרחק מ-u לישר $\text{span}\{v\}$? **$\sqrt{2}$**

5. נתון $W = \text{span}\{(0, -2, -2), (-2, -4, -4)\}$ ב-$\mathbb{R}^3$.

(א) מצאו בסיס למשלים האורתוגונלי $W^\perp$. **לדוגמה: $\{(0, 1, -1)\}$**

(ב) מהו $\dim W^\perp$? **1**

6. הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הווקטורים $v_1 = (2, 1, 0)$ ו-$v_2 = (4, 2, -2)$.

(א) מצאו בסיס אורתוגונלי u_1, u_2. **$u_1 = (2, 1, 0)$, $u_2 = (0, 0, -2)$**

(ב) נרמלו וקבלו בסיס אורתונורמלי. **$\frac{1}{\sqrt{5}}(2, 1, 0)$, $(0, 0, -1)$**

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.