לתרגול נוסף

אלגברה לינארית: לכסון מטריצה – תרגול

תרגול לקורסים · 6 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון · שם: _____

1. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. _____

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. _____

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^3 בעזרת $A^3 = PD^3P^{-1}$.

$$A^3 = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

2. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. _____

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. _____

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^4 בעזרת $A^4 = PD^4P^{-1}$.

$$A^4 = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

טיפ: הסדר של העמודות ב-P צריך להתאים לסדר הערכים העצמיים ב-D.

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: לכסון מטריצה – המשך

תרגול לקורסים · 6 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון

3. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. _____

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. _____

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^4 בעזרת $A^4 = PD^4P^{-1}$.

$$A^4 = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

4. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A ואת הריבוי האלגברי שלהם.

_____

(ב) מהו המימד של המרחב העצמי (הריבוי הגיאומטרי)? _____

(ג) האם A לכסינה? נמקו. _____

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: לכסון מטריצה – המשך

תרגול לקורסים · 6 תרגילים · דף תשובות בעמוד האחרון

5. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. _____

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. _____

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^3 בעזרת $A^3 = PD^3P^{-1}$.

$$A^3 = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

6. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. _____

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. _____

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: לכסון מטריצה – תרגול – תשובות

דף תשובות לבדיקה

---

1. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. **$\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$**

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. **לדוגמה: $\lambda = 1$: $(3, 1)$, $\lambda = 2$: $(1, 0)$**

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^3 בעזרת $A^3 = PD^3P^{-1}$.

$$A^3 = \begin{pmatrix} \mathbf{8} & \mathbf{-21} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

2. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. **$\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 1$**

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. **לדוגמה: $\lambda = -2$: $(2, -1)$, $\lambda = 1$: $(1, -1)$**

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^4 בעזרת $A^4 = PD^4P^{-1}$.

$$A^4 = \begin{pmatrix} \mathbf{31} & \mathbf{30} \\ \mathbf{-15} & \mathbf{-14} \end{pmatrix}$$

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: לכסון מטריצה – תשובות (המשך)

דף תשובות לבדיקה

---

3. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. **$\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$**

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. **לדוגמה: $\lambda = 2$: $(1, -2)$, $\lambda = 3$: $(0, 1)$**

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{-2} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^4 בעזרת $A^4 = PD^4P^{-1}$.

$$A^4 = \begin{pmatrix} \mathbf{16} & \mathbf{0} \\ \mathbf{130} & \mathbf{81} \end{pmatrix}$$

4. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A ואת הריבוי האלגברי שלהם. **$\lambda = 3$, ריבוי אלגברי 2**

(ב) מהו המימד של המרחב העצמי (הריבוי הגיאומטרי)? **1**

(ג) האם A לכסינה? נמקו. **לא: הריבוי הגיאומטרי (1) קטן מהריבוי האלגברי (2)**

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.

אלגברה לינארית: לכסון מטריצה – תשובות (המשך)

דף תשובות לבדיקה

---

5. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. **$\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = -1$**

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי. **לדוגמה: $\lambda = -2$: $(2, -1)$, $\lambda = -1$: $(1, 0)$**

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ \mathbf{-1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} \end{pmatrix}$$

(ד) חשבו את A^3 בעזרת $A^3 = PD^3P^{-1}$.

$$A^3 = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{14} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-8} \end{pmatrix}$$

6. נתונה המטריצה $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(א) מצאו את הערכים העצמיים של A. **$\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 2$**

(ב) מצאו וקטור עצמי לכל ערך עצמי.

לדוגמה: $\lambda = -2$: $(1, 0, 0)$, $\lambda = 1$: $(1, -1, 0)$, $\lambda = 2$: $(1, -1, 1)$

(ג) מצאו מטריצה הפיכה P ומטריצה אלכסונית D כך ש-$P^{-1}AP = D$ (סדרו את הערכים העצמיים באלכסון מהקטן לגדול).

$$P = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{-1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} \mathbf{-2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

© כל הזכויות שמורות לאתר Pluginim. אין להעתיק, לשכפל או להפיץ ללא אישור בכתב.